# Tantárgy: *Matematika*

**Témakörök:**

**1. Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok**

1.1 Halmazok: Ismerje és használja a halmazok megadásának különböző módjait, a halmaz elemének fogalmát. Definiálja és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő fogalmakat: halmazok egyenlősége, részhalmaz, üres halmaz, véges és végtelen halmaz, komplementer halmaz, és a következő műveleteket: unió, metszet, különbség. Tudjon koordináta-rendszerben ábrázolni egyszerűbb ponthalmazokat. Tudja meghatározni véges halmazok elemeinek a számát. Tudja alkalmazni a logikai szita elvét két-három halmaz esetében.

1.2 Matematikai logika: Tudjon egyszerű matematikai szövegeket értelmezni. Értse és egyszerű feladatokban alkalmazza a tagadás műveletet. Ismerje az „és”, a „megengedő vagy” és a „kizáró vagy” logikai jelentését, tudja használni és összekapcsolni azokat a halmazműveletekkel. Tudja a „ha…akkor…” és az „akkor és csak akkor” típusú állítások igazságértékét megállapítani. Használja helyesen a „minden” és a „van olyan” kifejezéseket. Tudjon definíciókat, tételeket pontosan megfogalmazni, és egyszerű állításokat, tételeket bizonyítani. Képes legyen egy egyszerű állításról eldönteni, hogy igaz vagy hamis. Tudja megfogalmazni egy állítás megfordítását.

1.3 Kombinatorika: Tudjon egyszerű sorbarendezési, kiválasztási és egyéb kombinatorikai feladatokat megoldani. Tudja a kedvező esetek számát meghatározni a komplementer esetek segítségével is. Tudja kiszámolni a binomiális együtthatókat.

1.4 Gráfok: Tudjon konkrét szituációkat szemléltetni, és egyszerű feladatokat megoldani gráfok segítségével. Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: pont, él, fokszám, a gyakorlati feladatokban a gráf pontjainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggést.

**2. Számelmélet, algebra**

2.1 Alapműveletek: Tudjon alapműveleteket biztonságosan elvégezni (zsebszámológéppel is). Ismerje és használja feladatokban az alapműveletek műveleti azonosságait (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás).

2.2 A természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek: Ismerje, tudja definiálni és alkalmazni az oszthatóság alapvető fogalmait (osztó, többszörös, prímszám, összetett szám). Tudjon természetes számokat prímtényezőkre bontani, tudja adott számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét kiszámítani; tudja mindezeket egyszerű szöveges (gyakorlati) feladatok megoldásában alkalmazni. Definiálja és alkalmazza feladatokban a relatív prím számpár fogalmát. Ismerje a 10 hatványaira, illetve a 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 számokra vonatkozó oszthatósági szabályokat, tudjon egyszerű oszthatósági feladatokat megoldani. Tudja a számokat átírni 10-es alapú számrendszerből n alapú ($n \leq 9$) számrendszerbe és viszont. Ismerje a helyiértékes írásmódot.

2.3 Racionális és irracionális számok: Tudja definiálni a racionális és irracionális számokat, és ismerje ezek kapcsolatát a tizedestörtekkel.

2.4 Valós számok: Ismerje a valós számkör felépítését ($\mathbb{N}$,$\mathbb{Z}$,$\mathbb{Q}$,$\mathbb{Q}^*$,$\mathbb{R}$), valamint a valós számok és a számegyenes kapcsolatát, a nyílt és zárt intervallum fogalmát és jelölését, az abszolútérték definícióját, adott szám normálalakjának felírási módját, tudjon számolni a normálalakkal. Tudjon ábrázolni számokat számegyenesen, adott helyiértékre vonatkozóan kerekíteni.

2.5 Hatvány, gyök, logaritmus: Tudja értelmezni a hatványozást racionális kitevő esetén. Ismerje és használja a hatványozás azonosságait. Bizonyítsa a hatványozás azonosságait konkrét alap és pozitív egész kitevő esetén. Ismerje és alkalmazza a négyzetgyökvonás azonosságait. Definiálja és használja az $\sqrt[n]{a}$ fogalmát. Definiálja és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát. Tudja kiszámolni tetszőleges alapú logaritmus értékét 10-es alapú logaritmus segítségével.
2.6 Betűkifejezések: Tudja alkalmazni feladatokban a következő kifejezések kifejtését, illetve szorzattá alakítását: $(a+b)^2$,$(a-b)^2$,$a^2-b^2$. Tudjon algebrai kifejezésekkel egyszerű műveleteket végrehajtani, algebrai kifejezéseket egyszerűbb alakra hozni (összevonás, szorzás, osztás, szorzattá alakítás kiemeléssel, nevezetes azonosságok alkalmazása).
2.7 Arányosság: Tudja az egyenes és a fordított arányosság definícióját és grafikus ábrázolásukat. Ismerje és tudja feladatokban alkalmazni az arányosság fogalmát. Ismerje és tudja feladatokban alkalmazni a százalék fogalmát.
2.8 Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek, egyenlőtlenség-rendszerek:
Ismerje az alaphalmaz és a megoldáshalmaz fogalmát. Alkalmazza a különböző egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, ekvivalens átalakítások, következményegyenletre vezető átalakítások, új ismeretlen bevezetése, értelmezési tartomány és értékkészlet vizsgálata. Tudja meghatározni szöveges feladatban szereplő változók értelmezési tartományát, és a feladat eredményét összevetni a feladat szövegével.
Alkalmazza az egyenleteket, egyenletrendszereket szöveges feladatok megoldásában. Tudjon elsőfokú, egyismeretlenes egyenleteket és elsőfokú, kétismeretlenes egyenletrendszereket megoldani. Ismerje az egyismeretlenes másodfokú egyenlet általános alakját. Ismerje a másodfokú egyenlet diszkriminánsának fogalmát, és a diszkrimináns előjele és a (valós) megoldások száma közötti összefüggést. Ismerje és alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét. Használja a teljes négyzetté alakítás módszerét. Alkalmazza feladatokban a gyöktényezős alakot. Tudjon másodfokú egyenletre vezető szöveges feladatokat megoldani. Tudjon egyszerű, másodfokúra visszavezethető egyenleteket megoldani.
Tudjon $\sqrt{x+b}=cx+d$ típusú egyenleteket megoldani. Tudjon definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket megoldani. Tudjon exponenciális folyamatokkal kapcsolatos problémákat felismerni, modellezni és megoldani.
Tudjon egyszerű első- és másodfokú egyenlőtlenségeket megoldani.

**3. Függvények**

3.1 A függvény: Ismerje a függvény matematikai fogalmát és az alapvető függvénytani fogalmakat (értelmezési tartomány, hozzárendelés, képhalmaz, helyettesítési érték, értékkészlet). Tudjon szövegesen megfogalmazott függvényt képlettel megadni, helyettesítési értéket számítani, illetve tudja egyszerű függvények esetén $f(x)=c$ alapján az $x$-et meghatározni. Ismerje a kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés fogalmát. Ismerje és alkalmazza a függvényeket gyakorlati problémák megoldásánál. Tudjon kölcsönösen egyértelmű hozzárendelést megfordítani, és a megfordított hozzárendelést ábrázolni.
3.2 Egyváltozós valós függvények
Ismerje, tudja ábrázolni és jellemezni az alábbi hozzárendeléssel megadott függvényeket: $x\mapsto ax+b$, $x\mapsto x^2$, $x\mapsto ax^2+bx+c$, $x\mapsto\sqrt{x}$, $x\mapsto\frac{1}{x}$, $x\mapsto a^x$.
Tudjon értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni, illetve adatokat leolvasni a grafikonról. Tudjon néhány lépéses transzformációt igénylő függvényeket függvénytranszformációk segítségével ábrázolni: $f(x)+c$,$f(x+c)$,$c\cdot f(x)$,$|f(x)|$.
Tudjon egyszerű függvényeket jellemezni grafikon alapján értékkészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték szempontjából.

3.3 Sorozatok: Ismerje a számsorozat fogalmát és használja a különböző megadási módjait (utasítás, képlet, rekurzív definíció). Ismerje a számtani és a mértani sorozat általános tagjára vonatkozó összefüggéseket. Bizonyítsa a számtani és a mértani sorozat összegképletét. Tudjon olyan feladatokat megoldani a számtani és mértani sorozatok témaköréből, ahol a számtani, illetve mértani sorozat fogalmát és az $a_n$-re, illetve az $S_n$-re vonatkozó összefüggéseket kell használni.
Tudja a kamatos kamat számítására vonatkozó képletet használni, s abból bármelyik ismeretlen adatot kiszámolni. Tudjon gyűjtőjáradékot és törlesztőrészletet számolni. Tudjon megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatokat megoldani.

**4. Geometria, koordinátageometria, trigonometria**

4.1 Elemi geometria: Ismerje és használja megfelelően az alapfogalom, axióma, definiált fogalom, bizonyított tétel, a térelemek és a szög fogalmát. Ismerje a szögek nagyság szerinti osztályozását és a nevezetes szögpárokat. Tudja a térelemek távolságára és szögére (pont és egyenes, pont és sík, párhuzamos egyenesek, párhuzamos síkok távolsága; két egyenes, egyenes és sík, két sík hajlásszöge) vonatkozó meghatározásokat. Ismerje a kör, gömb, szakaszfelező merőleges, szögfelező fogalmát. Használja a fogalmakat feladatmegoldásokban.
4.2 Geometriai transzformációk: Ismerje a síkbeli egybevágósági transzformációk (eltolás, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás) leírását, tulajdonságaikat, és alkalmazza ezeket feladatokban. Tudjon végrehajtani transzformációkat konkrét esetekben. Ismerje és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek egybevágósági alapeseteit, a különböző alakzatok szimmetriáit. Ismerje a középpontos hasonlósági transzformáció leírását, tulajdonságait. Alkalmazza a középpontos nagyítást, kicsinyítést egyszerű, gyakorlati feladatokban. Tudjon szakaszt adott arányban felosztani. Ismerje és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek hasonlósági alapeseteit, a hasonló síkidomok területének arányáról és a hasonló testek felszínének és térfogatának arányáról szóló tételeket. Ismerje fel a hasonló alakzatokat, tudja felírni a hasonlóság arányát.
4.3 Síkbeli és térbeli alakzatok: Ismerje a síkidomok, testek csoportosítását különböző szempontok szerint. Tudja csoportosítani a háromszögeket oldalak és szögek szerint. Ismerje és alkalmazza az alapvető összefüggéseket háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között (háromszög-egyenlőtlenség, belső, illetve külső szögek összege, nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van), a speciális háromszögek tulajdonságait, a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó definíciókat, tételeket (oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, magasságpont, súlyvonal, súlypont, középvonal, körülírt, illetve beírt kör). Bizonyítsa az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tételt, a Pitagorasz-tételt. Ismerje és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.
Ismerje a speciális négyszögek fajtáit (trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) és tulajdonságaikat, ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban.
Ismerje a konvex négyszög belső és külső szögeinek összegére vonatkozó tételeket, alkalmazza ezeket egyszerű feladatokban. Ismerje, bizonyítsa és alkalmazza konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételeket. Ismerje a szabályos sokszögek definícióját, a kör részeit, ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban. Tudja és használja, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak. Tudjon szöget mérni fokban. Tudja és alkalmazza feladatokban, hogy a középponti szög arányos a körívvel és a hozzá tartozó körcikk területével. Ismerje és alkalmazza feladatokban a Thalész-tételt és megfordítását. Bizonyítsa a Thalész-tételt. Ismerje a következő testeket és azok részeit, alkotóelemeit: hasáb,

henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp. Ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban.

4.4 Vektorok: Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket: vektor fogalma, abszolútértéke, nullvektor, ellentett vektor, vektorok összege, különbsége, vektor skalárszorosa; továbbá a helyvektor koordinátái, vektorok összegének, különbségének, skalárral való szorzatának koordinátái.
4.5 Trigonometria: Tudja hegyesszögek szögfüggvényeit derékszögű háromszög oldalarányaival definiálni, ismereteit alkalmazza feladatokban. Tudja származtatni tompaszögek szögfüggvényeit a kiegészítő szögek szögfüggvényeiből. Tudja és alkalmazza a szögfüggvényekre vonatkozó alapvető összefüggéseket: pótszögek, kiegészítő szögek, $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$, $\mathrm{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$. ; a nevezetes szögek (30°, 45°, 60°) szögfüggvényeit. Szögfüggvény értékének ismeretében tudja a szöget meghatározni számológép segítségével.
Ismerje és alkalmazza feladatokban a szinusz- és a koszinusztételt. Bizonyítsa a szinusztételt.
4.6 Koordinátageometria: Tudja kiszámítani $\overrightarrow{AB}$ vektor koordinátáit, abszolútértékét. Tudja kiszámítani két pont távolságát.
Tudja kiszámítani szakasz felezőpontjának koordinátáit, és alkalmazza ezt feladatokban. Tudja felírni egyenesek egyenletét $y=mx+b$, illetve $x=c$ alakban. Tudja kiszámítani egyenesek metszéspontjának koordinátáit. Ismerje meredekséggel megadott egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordinátageometriai feltételeit. Tudjon megoldani egyszerű geometriai feladatokat koordinátageometriai eszközökkel.
Tudja felírni adott középpontú és sugarú kör egyenletét.
4.7 Kerület, terület: Ismerje a kerület és a terület szemléletes fogalmát.
Tudja kiszámítani a háromszög területét különböző adatokból: $t=\frac{a\cdot m}{2}=\frac{ab\cdot\sin\gamma}{2}$, a nevezetes négyszögek, szabályos sokszögek, továbbá kör, körcikk, körszelet és körgyűrű kerületét és területét.
4.8 Felszín, térfogat: Ismerje a felszín és a térfogat szemléletes fogalmát. Tudja kiszámítani hasáb, gúla, forgáshenger, forgáskúp, gömb, csonkagúla és csonkakúp felszínét és térfogatát egyszerű esetekben.

**5. Valószínűség-számítás, statisztika**

5.1 Leíró statisztika: Tudjon adott adathalmazt szemléltetni. Tudjon adathalmazt táblázatba rendezni és táblázattal megadott adatokat feldolgozni. Értse a véletlenszerű mintavétel fogalmát. Tudjon kördiagramot, oszlopdiagramot és sodrófa (box-plot) diagramot készíteni. Tudjon választani megfelelő diagramtípust egy adathalmaz ábrázolásához, és tudjon a választása mellett érvelni. Tudjon adott diagramról információt kiolvasni. Tudjon grafikus manipulációkat felismerni és javítani diagramok esetén. Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: osztályba sorolás, gyakorisági diagram, relatív gyakoriság; átlag, kvartilisek, medián, módusz, terjedelem, szórás. Tudja kiszámítani ismert átlagú adathalmazok egyesítésének átlagát, a szórást kiszámolni a definícióval vagy számológéppel, adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.
5.2 A valószínűség-számítás elemei: Ismerje és alkalmazza konkrét példák esetén a következő fogalmakat: esemény, eseménytér, elemi esemény, események összege és szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események. Ismerje és alkalmazza a klasszikus (Laplace-)modellt, a szemléletes kapcsolatot a relatív gyakoriság és a valószínűség között, a geometriai valószínűség modelljét. Tudja meghatározni esemény komplementerének a valószínűségét, visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén is. Tudja meghatározni a várható értéket konkrét feladatokban.